

機械工学演習 B (3) 例題

(a) 一般に，乗用車のサスペンションばね定数は， $k_f = 12 \sim 14 \text{ kgf/mm}$ ， $k_r = 10 \sim 12 \text{ kgf/mm}$ 程度に設定されている．ある速度で段差を乗り越えた場合の車体の上下応答は，ダンパーがない場合は，下図 (a) のようになり，ダンパーの減衰定数を設定することにより，図 (b)，(c) のような応答に変えることができる．サスペンションばね定数を， $k_f = 13 \text{ kgf/mm}$ ， $k_r = 11 \text{ kgf/mm}$ （それぞれ，前後輪の各 2 輪合計の値とする），車体質量を $m = 1500 \text{ kg}$ とするとき，図 (c) のような応答となるようにダンパーの減衰定数の値を求めなさい．

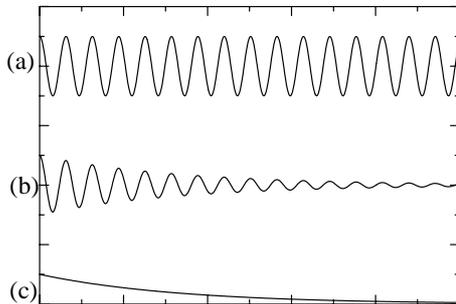


Fig.α

(解答例) 自動車の上下方向運動 x を考え，ダンパーの粘性減衰定数を c とすると，1 自由度系に対する運動方程式は次式となる．

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k_f + k_r)x = 0$$

ここで， $x = x_0 e^{\lambda t}$ とおいて，特性方程式を求め，特性根を計算すると，次のようになる．

$$m\lambda^2 + c\lambda + (k_f + k_r) = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{2} \left\{ -c \pm \sqrt{c^2 - 4m(k_f + k_r)} \right\}$$

特性根 λ が複素数となるときの，その値によって定められる x ，すなわち，車体上下運動は振動的になる．よって，図 (c) のような運動を行う条件は，特性根が実根となることである．すなわち，その条件は，

$$c^2 - 4m(k_f + k_r) \geq 0$$

$$\therefore c \geq 2\sqrt{m(k_f + k_r)} = 2.87 \times 10^4 \text{ N/m/s}$$

すなわち，臨界減衰定数以上の値を設定すれば良いことになる．

(b) 図に示すように，左端が自由に回転できるように壁に取り付けてある質量の無視できる長さ l の棒の先端に，質量 m の物体が取り付けられている系を考える．左端から a ， b の位置をそれぞれ，粘性減衰定数 c ，ばね定数 k のダッシュポットとばねで支持されているものとする．微小振動を仮定し，支点回りの回転角を θ として以下の問いに答えよ．

- (1) 系の運動方程式を示せ．
- (2) この系が臨界減衰を示す関係式を示せ．

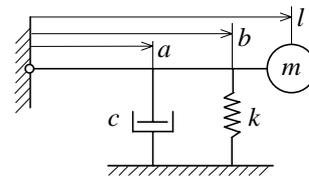


Fig.β

(解答例)

(1) 支点回りの回転運動を考える．慣性モーメントは ml^2 であり，ばね，ダッシュポットから作用する力によって発生するモーメントは，それぞれ， $k \cdot b\theta \cdot b$ ， $c \cdot a\dot{\theta} \cdot c$ となるので，系の運動方程式は次のようになる．

$$ml^2\ddot{\theta} + ca^2\dot{\theta} + kb^2 = 0$$

(2) 解を

$$\theta = \theta_0 e^{\lambda t}$$

とおき，特性方程式を求めると

$$ml^2\lambda^2 + ca^2\lambda + kb^2 = 0$$

とる．この方程式が重根を持つとき，系は臨界減衰となるので，

$$(ca^2)^2 - 4(ml^2)(kb^2) = 0$$

よって，臨界減衰を示す関係式，臨界減衰定数は次のようになる．

$$c = \frac{2bl}{a^2} \sqrt{mk}$$

機械工学演習 B (3) 基本問題

学籍番号

氏名

1. 図 1 に示すような質量 m の物体が質量 M の滑車を介してばね定数 k のばねでつながれた系を考え, さらに, 他方を粘性減衰定数 c のダンパーと連結するものとする. 滑車は, 半径 r の一様な円板と見なすことができ, 滑らかに回転できるものとする. ばね以外の部分は伸びないものとして以下の問いに答えよ.

(1) 系の運動方程式を示し, 不減衰固有角振動数を求めなさい.

(2) 系が振動系となる c の条件を示しなさい.

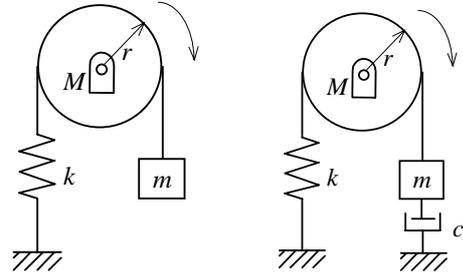


図 1 ばねとダンパーで支持された質量 - 滑車系

2. 図 2 に示すように一方を回転自由のジョイントで固定され, 固定端から a の位置ではばね定数 k のばねで支持され, b の位置で粘性減衰定数 c のダッシュポットで支持されている長さ l , 質量 m の細長い棒の回転振動を考える.

(1) 系の運動方程式を示し, 不減衰固有振動数を求めなさい.

(2) この系が臨界減衰を示す関係式を示しなさい.

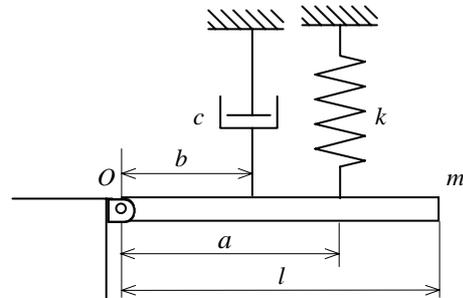


図 2 ばねとダッシュポットで支持された剛体棒の回転運動

機械工学演習 B (3) 応用問題

学籍番号

氏名

3. 図3にしめすように、半径 r 、質量 m の一様な円柱ローラーを考える。このローラーは、円柱中心を通る回転軸を中心に回転することができ、この軸は、ばね定数 k のばねと粘性減衰定数 c のダッシュポットの並列系で壁に取り付けられているものとする。ローラーは、床に対して滑らずに転がるものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 系の運動方程式を求め、不減衰固有角振動数を示せ。
- (2) この系が振動系となる場合の c に対する関係

式を示し、この場合にローラー中心に初速度 v_0 を与えた場合の応答を求めよ。

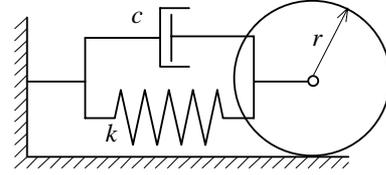


図3 ばねとダッシュポットで支持された円柱ローラー

4. 図4にしめすように、支点 O を中心に回転自由に垂直に取り付けられている棒の両端に質量 M, m が取り付けられている。棒は、支点 O から下側 a 離れた位置でばね定数 k のばねで、また、上側 b 離れた位置で粘性減衰定数 c のダッシュポットで支持されているものとする。重力加速度を g とし、棒の質量は無視できるものとして以下の問いに答えよ。

- (1) 系の運動方程式を求め、不減衰固有角振動数を示せ。
- (2) この系が臨界減衰となる場合の c に対する関

係式を示せ。

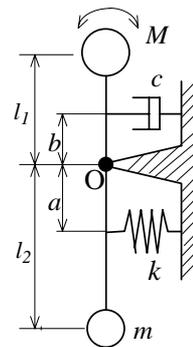


図4 倒立剛体振子の回転運動